

| | | |
|---|----|----|
| 組 | 番号 | 氏名 |
|---|----|----|

| |
|----|
| 得点 |
|----|

① 次の計算をなさい。答えは の中に書くこと。

(1) $24 - 12 \div 4 \times 3$

(2) $-3^3 + 5 \times (-2)^2$

(3) $(-4ab^2)^2 \div 12a^2b \div (-\frac{1}{3}b)$

(4) $2x + 5y - \frac{x-3y}{4}$

(5) $\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{18} - 5\sqrt{2}$

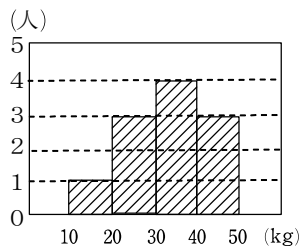
(6) $(3x+2)^2 - (x+3)(x-5)$

② 次の各問いに答えなさい。答えは の中に書くこと。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 2x+5y=4 \\ 3x-4y=29 \end{cases}$ を解け。

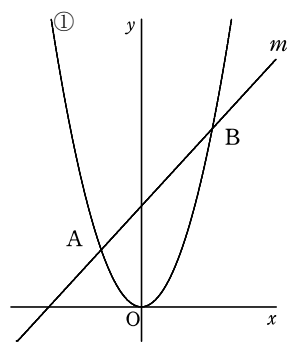
(2) 2次方程式 $x^2 - 6x = 5$ を解け。

(3) 下の図は、ある学級の男子11名の握力を測定した結果を、ヒストグラムに表したものである。このとき、男子11名の握力の平均値を、小数第2位を四捨五入して求めよ。



(4) 大小2つのさいころを同時に投げる。大きい方のサイコロの目を x 、小さい方のサイコロの目を y とするとき、 $x \geq y$ である確率を求めよ。

③ 右の図は、放物線 $y = ax^2 \dots$ ①と直線 m を示している。図のように放物線①と直線 m の交点を A, B とし、点 A の座標は $(-2, 2)$ で、点 B の x 座標は 4 とする。このとき、次の各問いに答えなさい。



なお、答えは の中に書くこと。とくに、(3), (4) は途中の計算過程も書くこと。

(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 m の式を求めよ。

(3) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

解答

直線 $y = x + 4$ の y 切片を C とおくと、
 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OCB$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4$
 $= 12$

(4) 点 P は放物線①上を点 A から点 B までの間を動くものとする。 $\triangle ABP$ と $\triangle OAB$ の面積が等しくなる点 P の座標を求めよ。ただし、点 P は点 O とは異なるものとする。

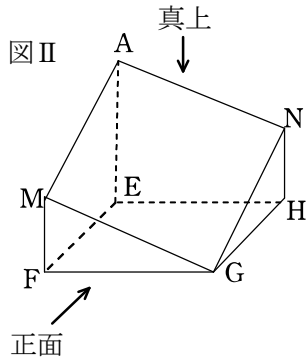
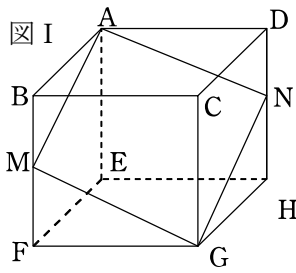
解答

線分 AB を底辺とすると、 $\triangle ABP$ と $\triangle OAB$ の面積が等しくなる点 P は、点 O を通り、直線 m に平行な直線 $y = x$ 上に存在する。また、点 P は放物線①上の点でもあるので、

$$\frac{1}{2}x^2 = x$$

これを解くと $x^2 - 2x = 0$
 すなわち $x(x-2) = 0$
 よって、点 P は点 O とは異なるので、 $x = 2$
 ゆえに、求める点 P の座標は、 $(2, 2)$

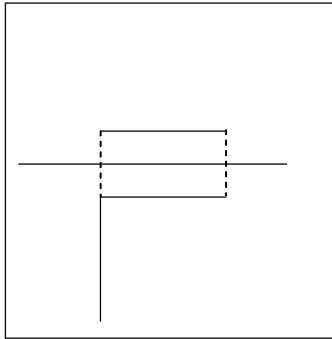
- 4 右の図Iのように、1辺6cmの立方体 $ABCD-EFGH$ を点A, M, G, Nを通る平面で2つの部分に分けた。図IIは、点Cを含む部分を取り除いてできた立体である。ただし、点M, NはそれぞれBF, DHの中点である。
- このとき、次の各問に答えなさい。
なお、答えは \square の中に書くこと。とくに、(3), (4)は途中の計算過程も書くこと。



- (1) 図IIの立体について、辺GHとねじれの位置にある辺は全部で何本あるか。

4 本

- (2) 図IIのように、この立体を正面と真上から見て投影図をかいた。解答欄の図を完成させよ。



- (3) 図IIの立体の表面積は何 cm^2 か。

解答 GN, NA, AM, MGはいずれも縦3cm, 横6cmの長方形の対角線と長さが等しい

また $\triangle AEG$ において、 $EG=6\sqrt{2}$ cmより、三平方の定理を用いて

$$\begin{aligned} AG^2 &= AE^2 + EG^2 \\ &= 6^2 + (6\sqrt{2})^2 \\ &= 108 \end{aligned} \quad \text{AGは正なので } AG=6\sqrt{3} \text{ cm}$$

また、 $MN=FN=6\sqrt{2}$ cm
よって、 $AG \cong MN$ なので、四角形AMGNは対角線の長さが $6\sqrt{2}$ cmと $6\sqrt{3}$ cmの菱形である

ゆえに、求める表面積は

$$\begin{aligned} &(\triangle GHN + \text{台形AEHN}) + (\text{台形AEFM} + \triangle MFG) \\ &+ \text{正方形EFGH} + \text{菱形AMGN} \\ &= 6^2 + 6^2 + 6^2 + 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3} \div 2 \\ &= 108 + 18\sqrt{6} \end{aligned}$$

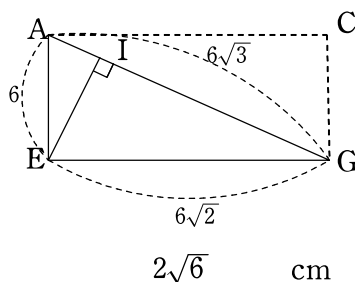
$108 + 18\sqrt{6} \text{ cm}^2$

- (4) 点Eから面AMGNに下ろしたした垂線の長さは何cmか。

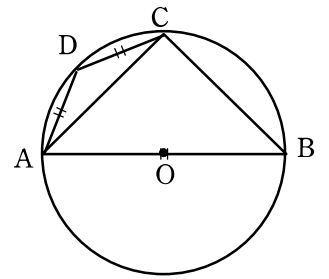
解答 点Eから面AMGNに下ろしたした垂線と面AMGNとの交点をIとする

$\triangle AEG$ と $\triangle AIE$ について
 $\angle EIG = \angle AIE = 90^\circ$ $\angle EAG$ は共通の角
二角相等より
 $\triangle AEG \sim \triangle AIE$

よって $6:EI=6\sqrt{3}:6\sqrt{2}$
 $EI=2\sqrt{6}$



- 5 右の図のように、中心をO, 直径をABとする円周上に、 $AD=CD$ となる点C, Dをとり、点Cを含まない弧AB上に点Pをとる。さらに、線分DPと線分ACとの交点をQとする。このとき、次の各問に答えなさい。
- なお、答えは \square の中に書くこと。
とくに、(2), (3)②は途中の計算過程も書くこと。



- (1) $\angle DAC=20^\circ$ のとき、 $\angle CAB$ の大きさを求めよ。

50 度

- (2) $\triangle QDA \sim \triangle QCP$ であることを証明せよ。

証明

$\triangle QDA$ と $\triangle QCP$ において、
対頂角は等しいので $\angle DQA = \angle CQP \dots \text{①}$

また、弧APに対する円周角について
 $\angle ADP = \angle ACP$ より $\angle ADQ = \angle PCQ \dots \text{②}$

よって、①, ②より二角相等なので $\triangle QDA \sim \triangle QCP$

- (3) $AC=4$ cmとする。点PがAからBまで動くとき、DQの長さも変わってくる。DQの長さが最も短くなるとき、その長さは $\frac{1}{2}$ cmであった。このとき、次の各問に答えよ。

- ① 円Oの半径の大きさは何cmか。

解答 4点D, Q, O, Pが一直線上に並ぶとき、DQが最小となる。このとき、円Oの半径をxとすると

$$2^2 + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2$$

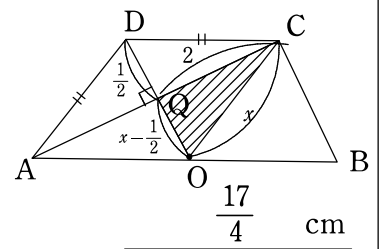
これを解いて $x = \frac{17}{4}$

別解 (2)の結果から

$$DQ : QC = QA : QP$$

$$\frac{1}{2} : 2 = 2 : \left(2x - \frac{1}{2}\right)$$

これを解いて $x = \frac{17}{4}$



- ② このとき、四角形DABCの面積は何 cm^2 か。

解答 $\triangle ABC$ において三平方の定理を用いて

$$BC^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 - 4^2 = \left(\frac{17}{2} + 4\right)\left(\frac{17}{2} - 4\right) = \frac{25}{2} \times \frac{9}{2}$$

BCは正なので $BC = \sqrt{\frac{25}{2} \times \frac{9}{2}} = \frac{15}{2}$

よって、求める面積は

$$\begin{aligned} &\triangle DAC + \triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 4 \\ &= 16 \end{aligned}$$

