第55回 鹿児島県高等学校 ２年生 数学学力診断テスト問題(数学Ⅱ・Ａ・Ｂ)　　平成26年１月９日(木)(中心日)

学級		番号		氏名	

１．制限時間は50分で，100点満点とする。
２．各問題とも解答用紙の所定のところへ解答すること。大問 1 と大問 Ⅱ１ ～ Ｂ２ までの各問題の⑴は答えだけでよい。
３．問題用紙は回収するので氏名をはっきり書くこと。

1 　**⑴から⑽までの各問題のうち，５題を選んで解答せよ。また，選択した番号を解答欄の（　　）の中に記入せよ。**

⑴ 整式 $P(x)=2x^3+x^2-5x+3$ を $x+2$ で割ったときの余りを求めよ。

⑵ 点A$(-2,\ 3)$を通り，直線 $x+2y-5=0$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

⑶ $\sin\theta=\dfrac{3}{5}$ のとき，$\cos2\theta$ の値を求めよ。

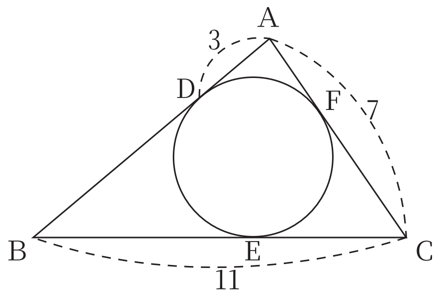
⑷ 方程式 $3^{x+4}=9^{-x}$ を解け。

⑸ $f'(x)=4x+2$，$f(0)=1$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

⑹ 男子４人と女子３人を横に１列に並べるとき，男子が両端にくる並び方は全部で何通りあるか。

⑺ 629と119の最大公約数を求めよ。

⑻ 右図のように，△ABCに内接する円と辺AB，BC，CAとの接点をそれぞれD，E，Fとする。AD＝3，BC＝11，CA＝7のとき，辺ABの長さを求めよ。



⑼ 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=2n^2-n$ である数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n を求めよ。

⑽ $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{23}$ のとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

【選択問題】次の Ⅱ１ ～ Ｂ２ の中から４題を選んで解答せよ。
また，選択番号を解答用紙の□の中に記入すること。

Ⅱ１ 　放物線 $y=x^2-x$ …①と直線 $y=x+k$ …②が異なる2点で交わっているとき，次の問いに答えよ。

⑴ 定数 k のとりうる値の範囲を求めよ。

⑵ 放物線①と直線②の交点の x 座標を α，β とするとき，$\beta-\alpha$ を k を用いて表せ。ただし，$\alpha<\beta$ とする。

⑶ 放物線①が直線②から切り取る線分の長さが $4\sqrt{2}$ であるとき，定数 k の値を求めよ。

Ⅱ２ 　関数 $y=\cos\theta+\sin\theta\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)$ について，次の問いに答えよ。

⑴ $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ のとき，y の値を求めよ。

⑵ $y=r\sin(\theta+\alpha)$ $(r>0,\ 0\leqq\alpha<2\pi)$ の形で表せ。

⑶ $0\leqq\theta\leqq\pi$ における y の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

Ⅱ３ 　関数 $y=(\log_2 x-1)\log_2\dfrac{x}{4}\left(\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 8\right)$ について，次の問いに答えよ。

⑴ $x=\dfrac{1}{2}$ のとき，y の値を求めよ。

⑵ $t=\log_2 x$ とおくとき，t のとりうる値の範囲を求めよ。

⑶ y の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

Ⅱ４ 　関数 $y=x^2-4x$ のグラフを C とする。次の問いに答えよ。

⑴ 導関数 y' を求めよ。

⑵ グラフ C と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

⑶ 直線 $y=ax$ が⑵で求めた面積 S を２等分するとき，a の値を求めよ。

A 1　赤玉3個と白玉7個の入った袋Aと，赤玉5個と白玉5個の入った袋Bがある。ここから，それぞれ同時に2個ずつ玉を取り出すとき，次の問いに答えよ。

(1)　4個とも赤玉である確率を求めよ。

(2)　すべて同じ色になる確率を求めよ。

(3)　赤玉2個，白玉2個が取り出されるとき，赤玉2個が袋Bから取り出されたものである確率を求めよ。

A 2　AB＝12，BC＝15，CA＝18の△ABCがある。∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとし，点Dで直線BCに接し，かつ点Aを通る円Oを考える。また，この円と辺ABとの交点のうちAでない点をEとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　線分BDの長さを求めよ。

(2)　線分BEの長さを求めよ。

(3)　円Oと辺ACとの交点のうちAでない点をFとする。△ABCの面積をS，△AEFの面積をTとするとき，$T:S$を求めよ。

B 1　公差が2，第10項が21の等差数列$\{a_n\}$と，初項から第3項までの和が13，第4項から第6項までの和が351である等比数列$\{b_n\}$があるとき，次の問いに答えよ。ただし，等比数列の公比は実数とする。

(1)　数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(2)　数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

(3)　$c_n=a_n b_n$とするとき，$\sum_{k=1}^{n} c_k$を求めよ。

B 2　OA＝1，OB＝2，∠AOB＝90°の△OABがある。辺ABを2：1に内分する点をP，△OABの重心をGとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{OP}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

(2)　$\overrightarrow{PG}$を$\vec{b}$を用いて表せ。

(3)　直線PG上にAQ⊥ABとなるような点Qをとるとき，$\overrightarrow{OQ}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。