

1. 制限時間は50分で、100点満点とする。
2. 各問題とも解答用紙の所定のところへ解答すること。  
大問 **1** と大問 **Ⅱ 1** ~ **B 2** の各問題の(1)は答えだけでよい。
3. 問題用紙は回収するので氏名をはっきり書くこと。

学 級		番 号		氏 名	
--------	--	--------	--	--------	--

- 1** (1)から(10)までの各問題のうち、5題を選んで解答せよ。また、選択した番号を解答欄の ( ) の中に記入せよ。
- (1) 等式  $(3+i)(x+yi)=5-5i$  を満たす実数  $x, y$  の値を求めよ。ただし、 $i$  は虚数単位とする。
  - (2) 方程式  $x^2+y^2-2x+4y-11=0$  で表される円の中心の座標と半径を求めよ。
  - (3)  $\tan 105^\circ$  の値を求めよ。
  - (4) 不等式  $2^{2x+1} > 16$  を解け。
  - (5)  $\int_a^x f(t) dt = x^2 - 5x + 6$  のとき、定数  $a$  の値を求めよ。
  - (6) S, H, I, N, N, E, N の7文字を一列に並べるとき、並べ方は全部で何通りあるか。
  - (7) 408 と 323 の最大公約数を求めよ。
  - (8)  $AB=3, BC=7, CA=5$  の  $\triangle ABC$  がある。 $\triangle ABC$  の内心を  $I$  とし、直線  $AI$  と辺  $BC$  の交点を  $D$  とする。 $AI : ID$  を最も簡単な整数の比で表せ。
  - (9)  $3, x, \frac{3}{4}$  がこの順で等比数列であるとき、 $x$  の値を求めよ。
  - (10)  $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=3, |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{6}$  のとき、内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の値を求めよ。

**【選択問題】** 次の **Ⅱ 1** ~ **B 2** の中から4題を選んで解答せよ。

また、選択番号を解答用紙の  の中に記入すること。

- Ⅱ 1** 座標平面上に2点  $A(4, 0), B(0, 3)$  と円  $C : x^2 + y^2 = 4$  がある。点  $Q$  は円  $C$  上を動くものとして、次の問いに答えよ。
- (1) 直線  $AB$  の方程式を求めよ。
  - (2) 直線  $AB$  と点  $Q$  との最短距離を求めよ。
  - (3)  $\triangle ABQ$  の重心  $G$  の軌跡の方程式を求めよ。
- Ⅱ 2** 関数  $f(\theta) = \sin 2\theta + 8k(\sin \theta + \cos \theta) + 8$  ( $0 \leq \theta \leq \pi, k$  は定数) について、 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 12$  である。このとき、次の問いに答えよ。
- (1)  $k$  の値を求めよ。
  - (2)  $t = \sin \theta + \cos \theta$  とおくと、 $f(\theta)$  を  $t$  を用いて表せ。また、 $t$  を  $r \sin(\theta + \alpha)$  の形で表せ。ただし、 $r > 0, 0 \leq \alpha < 2\pi$  とする。
  - (3) 関数  $f(\theta)$  の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの  $\theta$  の値を求めよ。
- Ⅱ 3**  $a$  を1でない正の定数とし、関数  $y = \log_a(2x-2) + \log_a(4-x) - \log_a 2$  について、次の問いに答えよ。
- (1) この関数の定義域を求めよ。
  - (2)  $a=2$  のとき、 $y$  の最大値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。
  - (3)  $y = \frac{1}{2}$  となる  $x$  の値が存在するような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- Ⅱ 4** 座標平面上に曲線  $C : y = x^2 - 3x$  がある。このとき、次の問いに答えよ。
- (1)  $y = x^2 - 3x$  について、 $y'$  を求めよ。
  - (2) 点  $(1, -6)$  から曲線  $C$  に引いた接線の方程式を求めよ。
  - (3) (2)の2本の接線と曲線  $C$  で囲まれた図形のうち、 $x \leq 0$  の部分の面積を  $S_1, x \geq 0$  の部分の面積を  $S_2$  とする。このとき、 $S_1 : S_2$  を最も簡単な整数の比で表せ。

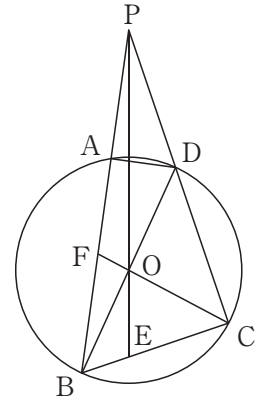
A 1 横一列に並んだ6枚の硬貨に対して、次の操作を考える。最初、硬貨は6枚とも表である。

【操作】さいころを投げて、出た目と同じ枚数だけ左側から順に硬貨の表と裏を反転する。

例えば、操作を2回行い、1回目に2の目が出たとき、硬貨は左から 裏裏表表表表 となり、2回目に3の目が出たときは、左から 表表裏表表表 となる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 操作を2回行ったとき、すべて表となる確率を求めよ。
- (2) 操作を2回行ったとき、表が3枚、裏が3枚となる確率を求めよ。また、このとき、左から5番目の硬貨が裏である条件付き確率を求めよ。
- (3) 操作を5回行ったとき、左から5番目が裏となる確率を求めよ。

A 2 右の図のように、点Oを中心とする円に内接する四角形ABCDがあり、2直線AB, CDの交点をPとすると、 $PA=2$ ,  $AB=3$ ,  $PD=\sqrt{5}$ である。また、線分BDはこの円の直径で、直線POと線分BCの交点をE、直線COと線分ABの交点をFとする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) 線分PCの長さを求めよ。
- (2)  $BE : EC$ ,  $PF : FB$ をそれぞれ最も簡単な整数の比で表せ。
- (3)  $\triangle PBC$ の面積を $S$ とすると、 $\triangle OAF$ の面積を $S$ で表せ。

B 1 初項が2、公差が $d$ の等差数列 $\{a_n\}$ と、初項が1、公比が $r$ の等比数列 $\{b_n\}$ があり、数列 $\{a_n\}$ は $a_2+a_6=22$ を満たしている。ただし、 $r$ は実数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $d$ の値を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の第2項から第4項までの和が $-6$ であるとき、 $r$ の値を求めよ。
- (3) (2)のとき、 $T_n = \sum_{k=1}^n a_k b_k$ を $n$ を用いて表せ。

B 2  $\triangle OAB$ において、辺OAを2:1に内分する点をC、辺ABの中点をD、辺OBを3:1に内分する点をEとする。 $OA=3$ ,  $OB=2$ ,  $\angle AOB=120^\circ$ であり、 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とすると、次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) 2直線BC, DEの交点をPとすると、 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ を用いて表せ。
- (3) (2)のとき、直線OP上に $\angle OBQ=90^\circ$ となるような点Qをとるとき、 $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ を用いて表せ。