第60回 鹿児島県高等学校　２年生　数学学力診断テスト問題（数学Ⅱ・A・B）　　　平成31年１月9日(水)(中心日)

１．制限時間は50分で，100点満点とする。
２．各問題とも解答用紙の所定のところへ解答すること。
大問$\boxed{1}$と大問$\boxed{\text{Ⅱ１}}$～$\boxed{\text{B２}}$までの各問題の(1)は答えだけでよい。
３．問題用紙は回収するので氏名をはっきり書くこと。

学級		番号		氏名	

$\boxed{1}$　(1)から(10)までの各問題のうち，5題を選んで解答せよ。また，選択した番号を解答欄の$\boxed{\quad}$の中に記入せよ。

(1) x についての整式 $P(x)=x^3-2ax^2+(a-3)x+4$ が $x-2$ で割り切れるとき，定数 a の値を求めよ。

(2) 直線 $2x+y-4=0$ と直線 $ax-6y-5=0$ が垂直に交わるとき，定数 a の値を求めよ。

(3) $\tan\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)$ の値を求めよ。

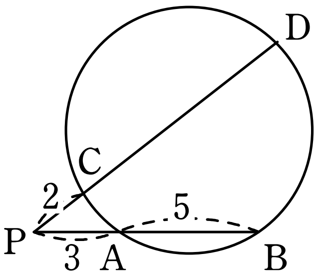
(4) $\log_2 9\cdot\log_3 8$ の値を求めよ。

(5) $f'(x)=x^2-2x+1,\ f(0)=1$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

(6) 男子 4 人と女子 2 人が円卓に座るとき，2 人の女子が隣り合う座り方は何通りあるか。

(7) 2 進法で表された数 $110101_{(2)}$ を 10 進法で表せ。

(8) 下図において，CD の長さを求めよ。



(9) 公比が正の等比数列 $\{a_n\}$ は，$a_1=1$，$\dfrac{a_5}{a_3}=9$ を満たしている。このとき，数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

(10) $\vec{a}=(x+2,\ x+3)$，$\vec{b}=(x,\ -5)$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=13$ であるとき，x の値を求めよ。

【選択問題】次の$\boxed{\text{Ⅱ１}}$～$\boxed{\text{B２}}$の中から４題を選んで解答せよ。
また，選択番号を解答用紙の$\boxed{\quad}$の中に記入すること。

$\boxed{\text{Ⅱ１}}$　円 $C:x^2+y^2-4x-2y+4=0$ がある。また，円 C の中心を A とする。次の問いに答えよ。

(1) A の座標を求めよ。

(2) 原点から円 C に引いた接線の方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた 2 本の接線と円 C との接点を P, Q とする。(ただし，(P の x 座標) $<$ (Q の x 座標)とする。)
このとき，直線 PQ の方程式と △APQ の面積を求めよ。

$\boxed{\text{Ⅱ２}}$　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，関数 $y=\sin 2\theta-2\sin\theta-2\cos\theta+1$ について，次の問いに答えよ。

(1) $t=\sin\theta+\cos\theta$ とおくとき，y を t を用いて表せ。

(2) t のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) y の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

$\boxed{\text{Ⅱ３}}$　x を実数とする。関数 $f(x)=3^x+3^{1-x}+1$ について，次の問いに答えよ。

(1) $f(0)$ の値を求めよ。

(2) $f(x)=5$ を満たす x の値を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ の最小値と，そのときの x の値を求めよ。

Ⅱ4　2つの放物線 $C_1: y=x^2$, $C_2: y=x^2-4x+8$ について，この2つの放物線の両方に接する直線を l とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 放物線 C_1 と放物線 C_2 の共有点の座標を求めよ。

(2) 直線 l の方程式を求めよ。

(3) 放物線 C_1 と放物線 C_2 および直線 l で囲まれた部分の面積を求めよ。

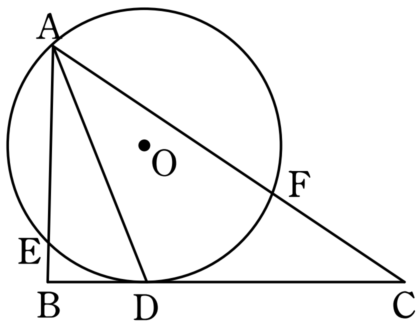
A1　A，Bが繰り返し試合をして，先に3勝した方を優勝とする。各試合においてA，Bの勝つ確率はそれぞれ $\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$ であり，引き分けはないものとする。優勝した者は赤玉が5個，白玉が1個入った袋から玉を1個取り出し，それが赤玉であれば賞品をもらえるが，白玉であれば優勝しなかった者が賞品をもらえるとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 試合を3試合行って，Aが優勝する確率を求めよ。

(2) Aが優勝する確率を求めよ。

(3) Bが賞品をもらう確率を求めよ。また，Bが賞品をもらうことが分かったとして，このときBが優勝した条件付き確率を求めよ。

A2　AB＝4，BC＝6，CA＝8 の△ABCがある。∠A の二等分線と辺BCとの交点をDとし，点Dで直線BCに接し，かつ点Aを通る円Oを考える。また，円Oと辺AB，ACとの交点のうちAでない点をそれぞれE，Fとする。



(1) BD：DCを求めよ。

(2) CFの長さを求めよ。また，線分BFと線分ADの交点をGとするとき，AG : GD を求めよ。

(3) ADの長さを求めよ。また，線分BFと円との交点のうち，Fでない点をHとするとき，線分HGと線分GFの積HG･GF の値を求めよ。

B1　奇数の列を次のように第 n 群には n 個の数が入るように分ける。

　1 | 3，5 | 7，9，11 | 13，…

次の問いに答えよ。

(1) 31は第何群に入るか。

(2) 第20群の10番目の項を求めよ。

(3) 第 n 群に入る数の総和 S を求めよ。

B2　OA＝3，OB＝2，∠AOB＝60° である△OAB において，辺ABを1:2に内分する点をCとする。また，辺OB上に $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=k\overrightarrow{\mathrm{OB}}\ (0<k<1)$ となる点Dをとる。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) OD⊥CD のとき，k の値を求めよ。

(3) (2)のとき，直線DCと直線OAの交点をEとするとき，EC:CD を最も簡単な整数比で表せ。