数学Ⅰ・A	略解と採点の手引き	No. 1

1　（25点）

(1)	$(3x-5)(2x+1)$	(2)	$\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{3}$	(3)	$12x^9y^7$	(4)	$2,\ -4$
(5)	$y=3(x-1)^2-2$ $=3x^2-6x+1$	(6)	$\cos 20^\circ$	(7)	$\{3,5,6,7,8,9,10,11,12\}$	(8)	60

2　（25点）

(1) $3+2\sqrt{2}$　[5点]

(2) -1　[5点]

(3)
(2)より
$x^2-6x=-1$
$x^2=6x-1$
$\therefore\ x^3=6x^2-x$ △2
$=6(6x-1)-x$
$=35x-6$
$=35(3+2\sqrt{2})-6$
$=105+70\sqrt{2}-6$
$=99+70\sqrt{2}$ //
[7点]

(4)
$x^4-6x^3+x^2-6x$
$=x^2(x^2-6x)+(x^2-6x)$ △3
$=x^2(-1)+(-1)$
$=(6x-1)(-1)+(-1)$
$=-6x+1-1$
$=-6(3+2\sqrt{2})$
$=-18-12\sqrt{2}$ //
[8点]

3　（25点）

(1) $x=-1$　[5点]

(2) $x=\frac{1}{2},\ -\frac{5}{2}$　[5点]

(3) ①の判別式をD_1，②の判別式をD_2とおく
$D_1=a^2-4\geqq 0$
$(a+2)(a-2)\geqq 0$　$\therefore\ a\leqq -2,\ 2\leqq a$ △2
$D_2/4=1-(a^2+a-5)\geqq 0$
$a^2+a-6\leqq 0$
$(a+3)(a-2)\leqq 0$
$-3\leqq a\leqq 2$ △2
-3　-2　2
答 $-3\leqq a\leqq -2,\ a=2$
[7点]

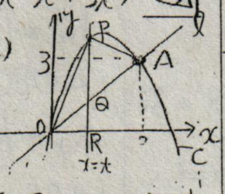
(4) 共通解をαとおく
$\begin{cases}\alpha^2+a\alpha+1=0 & \cdots ①\\ \alpha^2+2\alpha+a^2+a-5=0 & \cdots ②\end{cases}$
①′−②′
$(a-2)\alpha+1-(a^2+a-5)=0$
$(a-2)\alpha-a^2-a+6=0$
$(a-2)\alpha-(a+3)(a-2)=0$
$(a-2)\{\alpha-(a+3)\}=0$
$a\neq 2$より $\alpha=a+3$ △3
①に代入
$(a+3)^2+a(a+3)+1=0$
$a^2+6a+9+a^2+3a+1=0$
$2a^2+9a+10=0$
$(2a+5)(a+2)=0$
$a=-\frac{5}{2},\ -2$
$a=-2$が適する。△2
$\begin{cases}x^2-2x+1=0\\ x^2+2x-3=0\end{cases}$
$\begin{cases}(x-1)^2=0\\ (x+3)(x-1)=0\end{cases}$
よって共通解 1
答 $a=-2,\ x=1$
[8点]

4　（25点）

(1) $(3,\ 3)$　[5点]

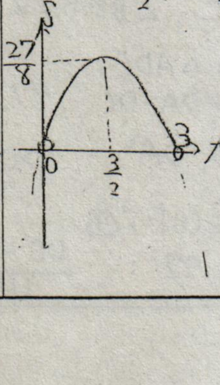
(2) $-t^2+3t$　[5点]

(3)
$S=\triangle OPQ+\triangle PQA$
$=\frac{1}{2}t(-t^2+3t)+\frac{1}{2}(3-t)(-t^2+3t)$ △3
$=\frac{1}{2}(-t^2+3t)(t+3-t)$
$=\frac{3}{2}(-t^2+3t)$
$=-\frac{3}{2}t^2+\frac{9}{2}t$



範囲なし1点減
答 $S=-\frac{3}{2}t^2+\frac{9}{2}t$　$(0<t<3)$
[7点]

(4)
$S=-\frac{3}{2}(t^2-3t)$
$=-\frac{3}{2}\left\{\left(t-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}$　$0<t<3$
$=-\frac{3}{2}\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{8}$ △4



$t=\frac{3}{2}$のとき最大
$y=-\left(\frac{3}{2}\right)^2+4\times\frac{3}{2}$
$=-\frac{9}{4}+\frac{24}{4}$
$=\frac{15}{4}$
1　答 $P\left(\frac{3}{2},\ \frac{15}{4}\right)$
[8点]

，下記の配点に準じて採点してください。

（2） 約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，1点を減じてください。

5 （25点）

(1) $\frac{3}{4}$ [5点]　(2) $\frac{15}{4}\sqrt{7}$ [5点]

(3) △ADBにおいて

$AD^2 = AB^2 + DB^2 - 2AB\cdot DB\cos B$

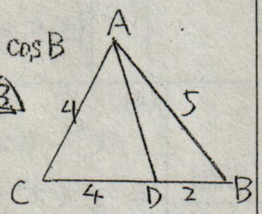
$= 25+4-2\cdot5\cdot2\cdot\frac{3}{4}$ ③

$= 29-15$

$= 14$

$AD>0$ より

$AD=\sqrt{14}$



[7点]

(4) $\frac{\triangle ACD}{\triangle ADB} = \frac{4}{2}$

$\frac{\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin\angle CAD}{\frac{1}{2}AD\cdot AB\sin\angle BAD} = \frac{2}{1}$ ③

$\frac{AC\sin\angle CAD}{AB\cdot\sin\angle BAD} = \frac{2}{1}$

$\frac{\sin\angle CAD}{\sin\angle BAD} = \frac{2\cdot AB}{1\cdot AC}$

$= \frac{2\cdot5}{4} = \frac{5}{2}$　答 $\frac{5}{2}$

[8点]

6 （25点）

(1) 必要十分条件 [5点]　(2) $B=\{3n+1 \mid n$は整数$\}$ [5点]

(3) 対偶「nは整数, nが奇数ならば n^2は奇数」② を示す。

$n=2k+1$ （kは整数とする）

$n^2=(2k+1)^2$

$=4k^2+4k+1$

$=2(2k^2+2k)+1$

$=2(\text{整数})+1$ ④

よって n^2は奇数となる

対偶が成り立つので もとの命題も成り立つ

[7点]

(4) nは3k, 3k−1, 3k−2と表せる。（kは自然数） ②

(i) $n=3k$のとき

$n^2=9k^2=3\cdot3k^2$ よって3の倍数

(ii) $n=3k-1$のとき

$n^2=(3k-1)^2=9k^2-6k+1=3(3k^2-2k)+1$

よって3で割ったら余り1

(iii) $n=3k-2$のとき

$n^2=(3k-2)^2=9k^2-12k+4=3(3k^2-4k+1)+1$

よって3で割ったら余り1

(i)(ii)(iii)より 3の倍数か，3で割ったときの余りは1

[8点]

7 （25点）

(1) 126通り [5点]　(2) 30通り [5点]

(3) RSを通る $\frac{7!}{4!\,3!} = 35$ ②

PQを通る $\frac{5!}{3!\,2!}\times\frac{3!}{2!} = 30$ ②

RS, PQを共に通る $\frac{3!}{2!\,1!}\times\frac{3!}{2!} = 9$ ②

$\therefore 126-(35+30-9) = 70$

70通り

[7点]

(4) 図アでPもQも通れない場合を考えるとよい。

Pを通る $\frac{5!}{3!\,2!}\times\frac{4!}{2!\,2!} = 60$ ②

Qを通る $\frac{6!}{4!\,2!}\times\frac{3!}{2!} = 45$ ②

P, Q両方通る (2)より 30

$\therefore 126-(60+45-30) = 51$

51通り

[8点]

8 （25点）

(1) 35° [5点]　(2) $\sqrt{13}$ [5点]

(3) $\angle DBC = \angle DAC$, $\angle BDA = \angle ADC$

よって $\triangle BDA \sim \triangle ADC$

故に $DB : DA = DA : DC$

$DB\cdot DC = DA^2$

$DC=CB=x$ とおく

$2x\cdot x=(6\sqrt{2})^2$ ④

$2x^2=72$

$x^2=36$

$x>0$

$x=6$

$DC=6$

[7点]

(4) △OACの面積S_1

$S_1=\frac{1}{2}CA\cdot OH=\frac{1}{2}\cdot4\cdot3=6$ ②

△OABの面積S_2, 高さh_2とすれば

$h_2=\sqrt{(\sqrt{13})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{5}$　$\therefore S_2=\frac{1}{2}\cdot\cancel{4}^{2}\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{10}$ ②

△OBCの面積S_3, 高さh_3とする。

$h_3=\sqrt{(\sqrt{13})^2-3^2}=2$　$\therefore S_3=\frac{1}{2}\cdot6\cdot2=6$ ②

$\triangle ABC=S_1+S_2+S_3$

$=6+2\sqrt{10}+6=12+2\sqrt{10}$

[8点]