訂正済

第46回鹿児島県高等学校１年生数学学力診断テスト

数学Ⅰ・Ａ	略解と採点の手引き	No. 1

【注意】(1) 同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。

(2) 約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，１点を減じてください。

1 （25点）

(1)	$(2x+3)(2x-3)$	(2)	$\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$	(3)	$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$	(4)	$2\sqrt{3}$
(5)	$y=x^2-4x$ $(y=(x-2)^2-4)$	(6)	$\dfrac{1+\sqrt{6}}{2}$	(7)	2	(8)	24

2 （25点）

(1) 1 [5点]

(2) 3 [5点]

(3)

$$\frac{y}{x^2}+\frac{x}{y^2}=\frac{x^3+y^3}{x^2y^2}$$

$$=\frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{(xy)^2}\ ③$$

$xy=1,\ x+y=\sqrt{5}$ より

$$\frac{y}{x^2}+\frac{x}{y^2}=\frac{(\sqrt{5})^3-3\cdot1\cdot\sqrt{5}}{1^2}=\underline{\underline{2\sqrt{5}}}$$

[7点]

(4) $(x^2+y^2)(x^3+y^3)=x^5+x^3y^2+x^2y^3+y^5$ より

$$x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$$

$$=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-(xy)^2(x+y)\ ④$$

$xy=1,\ x+y=\sqrt{5},\ x^2+y^2=3,\ x^3+y^3=2\sqrt{5}$ より

$$x^5+y^5=3\cdot2\sqrt{5}-1^2\cdot\sqrt{5}$$

$$=\underline{\underline{5\sqrt{5}}}$$

[8点]

3 （25点）

(1) $x\leqq-2,\ x\geqq4$ [5点]

(2) $2a<x<3$ [5点]

(3) (i) $x=2$ のとき②は成り立つ

$2^2-(2a+3)\cdot2+6a<0$

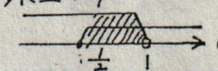
これを解くと，$a<1$ ②

(ii) $x=1$ のとき②は成り立たない

$1^2-(2a+3)\cdot1+6a\geqq0$

これを解くと，$a\geqq\dfrac{1}{2}$ ⑤

以上より



$\underline{\underline{\dfrac{1}{2}\leqq a<1}}$

[7点]

(4) ①を解くと，$x\leqq-2,\ x\geqq4$

②を解くと，
$$\begin{cases} a<\dfrac{3}{2}\text{ のとき} & 2a<x<3 \\ a=\dfrac{3}{2}\text{ のとき} & \text{解なし} \\ a>\dfrac{3}{2}\text{ のとき} & 3<x<2a \end{cases}$$ ④

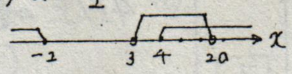
(i) $a<\dfrac{3}{2}$ のとき

①，②を同時に満たす自然数はない。よって不適

(ii) $a=\dfrac{3}{2}$ のとき

②が解なし。よって不適

(iii) $a>\dfrac{3}{2}$ のとき



$5<2a\leqq6$ であればよい

$\dfrac{5}{2}<a\leqq3$ これは $a>\dfrac{3}{2}$ を満たす

以上より $\underline{\underline{\dfrac{5}{2}<a\leqq3}}$

[8点]

4 （25点）

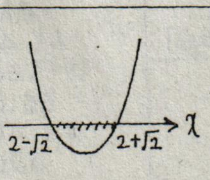
(1) $(2,\ -2)$ [5点]

(2) $-a^2+a$ [5点]

(3) $x^2-4x+2=0$ を解くと，

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot2}}{1}$$

$x=2\pm\sqrt{2}$ ③



グラフは右図のようになる

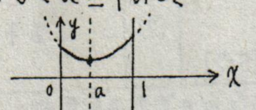
よって x 軸から切りとる線分の長さは

$2+\sqrt{2}-(2-\sqrt{2})=\underline{\underline{2\sqrt{2}}}$

[7点]

(4) $y=(x-a)^2-a^2+a$ 軸：$x=a$

(i) $0<a\leqq1$ のとき



最小値 $-a^2+a$ ($x=a$ のとき)

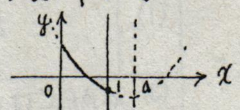
$-a^2+a=-\dfrac{3}{4}$

$4a^2-4a-3=0$

$(2a+1)(2a-3)=0$

$a=-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}$ これは $0<a\leqq1$ を満たさない。よって不適 ③

(ii) $a>1$ のとき



最小値 $1-a$ ($x=1$ のとき)

$1-a=-\dfrac{3}{4}$ ⑤

$a=\dfrac{7}{4}$ これは $a>1$ を満たす

以上より $\underline{\underline{a=\dfrac{7}{4}}}$

[8点]

鹿児島県数学教育会高校部会

第46回鹿児島県高等学校１年生数学学力診断テスト

数学Ⅰ・A	略解と採点の手引き	No. 2

【注意】(1)　同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
(2)　約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，１点を減じてください。

5　25点

(1) 7 [5点]

(2) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ [5点]

(3) AD：CD＝1：3より
AD＝xとおくと，
CD＝$3x$
△ACDにおいて余弦定理より
$7^2=x^2+(3x)^2-2\cdot x\cdot 3x\cos 60^\circ$ △4
$49=x^2+9x^2-3x^2$
$7x^2=49$
$x^2=7$
$x>0$ より
$x=\sqrt{7}$
CD＝$3x$＝$\underline{3\sqrt{7}}$
[7点]

(4) $\angle BAD=\theta$ とおくと，$\angle ABC=120^\circ$，$\angle ADC=60^\circ$
四角形の内角の和が360°であることより
$\angle BCD=360^\circ-(\theta+120^\circ+60^\circ)=180^\circ-\theta$ △3
よって
$S_1:S_2=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot\sqrt{7}\cdot\sin\theta:\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3\sqrt{7}\cdot\sin(180^\circ-\theta)$ △5
$=\frac{3\sqrt{7}}{2}\sin\theta:\frac{15\sqrt{7}}{2}\sin\theta$
$=\underline{\underline{1:5}}$
[8点]

6　25点

(1) 十分条件 [5点]

(2) nが奇数ならばn^2は奇数である。 [5点]

(3) 対偶の真偽について調べる。
nを奇数とすれば，ある整数kを用いて，
$n=2k+1$ と表される。
$n^2=(2k+1)^2$
$=4k^2+4k+1$
$=2(2k^2+2k)+1$ △4
よって
n^2は奇数である。
対偶が真であるから，もとの命題は真である。
[7点]

(4)（証明）
$a=3+\sqrt{2}$ …①とおく。
$3+\sqrt{2}$が無理数でないと仮定すると，aは有理数である。△3
①より，$\sqrt{2}=a-3$
a，3は有理数より
$a-3$は有理数だから
$\sqrt{2}$が無理数であることに矛盾する。
したがって
$3+\sqrt{2}$は無理数である。
（終）
[8点]

7　25点

(1) 15 [5点]

(2) 48 [5点]

(3) 4以上の数字が1回も出ない確率は
$\left(\frac{4}{6}\right)^5=\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{32}{243}$ △2
4以上の数字が1回だけ出る確率は
${}_5C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{80}{243}$ △4
よって
$1-\left(\frac{32}{243}+\frac{80}{243}\right)=\underline{\underline{\frac{131}{243}}}$
[7点]

(4) (i) 0が2回，3が1回出る確率は
${}_3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{3}{216}$ △2
(ii) 0が1回，1が1回，2が1回出る確率は
$3!\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{6}{216}$ △4
(iii) 3回とも1が出る確率は
$\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216}$ △6
よって
$\frac{3}{216}+\frac{6}{216}+\frac{1}{216}=\frac{10}{216}=\underline{\underline{\frac{5}{108}}}$
[8点]

8　25点

(1) 8 [5点]

(2) 64 [5点]

(3) △AGCはAC＝AGの二等辺三角形より
$\angle AGC=\angle ACG$ …①
△BECはBC＝BEの二等辺三角形より
$\angle BEC=\angle BCE$ …②
また，対頂角だから $\angle ACG=\angle BCE$ …③ △4
△AGCと△BECにおいて
①，②，③より $\angle AGC=\angle BEC$
$\angle ACG=\angle BCE$
二角が等しいので △AGC∽△BEC
[7点]

(4) AG＝ADより
△ACD＝△AGC＝S
よって △CDG＝△ACD＋△AGC＝$2S$ △2
(3)より △AGC∽△BECだから
GC：CE＝AC：BC＝1：4
よって △CDG：△DCE＝1：4
△DCE＝$8S$ △5
FD＝FC＝FEより
△DCF＝△EFCだから
△EFC＝$\frac{1}{2}$△DCE
＝$4S$
[8点]

鹿児島県数学教育会高校部会