第45回鹿児島県高等学校1年生数学学力診断テスト

数学Ⅰ・A	略解と採点の手引き	No.1

【注意】 (1) 同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
(2) 約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，1点を減じてください。

1 （25点）

(1) $(x+1)(x-6)$ [5点]	(2) $\dfrac{1\pm\sqrt{33}}{4}$ [5点]	(3) $2\sqrt{5}$ [5点]	(4) 5 [5点]
(5) $-x^2+4x-1$ [5点]	(6) 0 [5点]	(7) $\{1, 2, 4\}$ [5点]	(8) 27 [5点]

2 （25点）

(1) 7 [5点]

(2) 18 [5点]

(3)
$0<x<1$ より，$x-\dfrac{1}{x}<0$。 ↑2点、

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}-2$$
$$=7-2$$
$$=5$$ ↑5点、

$\therefore x-\dfrac{1}{x}=-\sqrt{5}$ … (答)

〔7点〕

(4)
$x+\dfrac{1}{x}=3$ より，$x^2+1=3x$

$\therefore x^2-3x+1=0$ …① を解くと，

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ ↑3点、

$A=x^5-3x^4+x^3+2x^2-5x+3$ とおくと，

$A=x^3(x^2-3x+1)+2(x^2-3x+1)+x+1$

①より，$A=x+1$

$\therefore A=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}+1=\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{2}$ … (答)

〔7点〕

3 （25点）

(1) $k=-7$ [5点]

(2) $x=5,\ k$ [5点]

(3)
判別式 $D=1^2-4\cdot2(k-8)=-8k+65$ ↑2点、

$D>0$ つまり $k<\dfrac{65}{8}$ のとき，解は2個

$D=0$ つまり $k=\dfrac{65}{8}$ のとき，解は1個

$D<0$ つまり $k>\dfrac{65}{8}$ のとき，解は0個

〔7点〕

(4)
(i)共通解が5のとき

(①の左辺)$=2\cdot5^2-5+k-8=k+37>0$

①の解とはならないので不適。 ↑2点、

(ii)共通解が k のとき

①に代入 $2k^2-k+k-8=0$

$\therefore k^2-4=0$ $\therefore k=\pm2$

$k>0$ より，$k=2$ ↑4点、

逆に，

$k=2$ のとき，①，②ともに $x=2$ を解にもつ。

よって，$k=2$ ∴共通解は $x=2$ である。

〔7点〕

4 （25点）

(1) $a=1$ [5点]

(2) 最大値3 $(x=3)$ [5点]

(3)
x^2 の係数が正だから，y の値がつねに正となるのは，判別式 $D<0$ となればよい。 ↑2点、

$\dfrac{D}{4}=a^2-(2a^2-2a)<0$

$\therefore a(a-2)>0$

$\therefore a<0,\ 2<a$

〔7点〕

(4)
$y=(x-a)^2+a^2-2a$ ↑2点、

(i) $a\geqq2$ のとき

(3)より $a<0,\ 2<a$

したがって，$a>2$ ↑4点、

(ii) $a<2$ のとき

$x=2$ のとき $y>0$ となればよい。

よって，$4-4a+2a^2-2a>0$

$\therefore a^2-3a+2>0$ $\therefore a<1,\ 2<a$

したがって，$a<1$ ↑6点、

(i)，(ii)より $a<1,\ 2<a$ … (答)

〔7点〕

鹿児島県数学教育会高校部会

【注意】 (1) 同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
(2) 約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，1点を減じてください。

5 （25点）

(1) 8 〔5点〕

(2) $10\sqrt{3}$ 〔5点〕

(3)
正弦定理より，

$2R=\dfrac{8}{sinA}$ $\therefore R=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$ … (答) 3点

また，$S=\dfrac{1}{2}\cdot r\cdot(7+5+8)=10\sqrt{3}$

$\therefore r=\sqrt{3}$ … (答)

〔7点〕

(4)
四角形ＡＢＣＤは円に内接するから

$cosC=-cosA=-\dfrac{1}{7}$

ＢＣ$=x$とおくとＣＤ$=10-x$となり，

$0<x<10$ …①

△ＢＣＤにおいて余弦定理より

$8^2=x^2+(10-x)^2-2\cdot x\cdot(10-x)\cdot\left(-\dfrac{1}{7}\right)$ 4点

$\therefore (x-3)(x-7)=0$ $\therefore x=3,7$

ＢＣ＜ＣＤより $x=3$ ∴ ＢＣ＝3… (答)

〔7点〕

6 （25点）

(1) 必要十分条件 〔5点〕

(2) n^2が３の倍数であるならば nは３の倍数である。 〔5点〕

(3)（証明）
nが３の倍数でないから，

$n=3k\pm1$（kは整数）とすると 2点

$n^2=(3k\pm1)^2=9k^2\pm6k+1$

$=3(3k^2\pm2k)+1$

$\therefore n^2$は３の倍数ではない。

したがって，命題は真である。

（証明終）〔7点〕

(4)
$\sqrt{3}$が有理数であると仮定すると

$\sqrt{3}=\dfrac{n}{m}$とおける。

ただし，m,nは互いに素の整数，$m\neq0$ 2点

$\sqrt{3}\ m=n$ 両辺２乗して $3m^2=n^2$

n^2は３の倍数だからnも３の倍数。よって

$n=3k$（kは整数）とおくと，$3m^2=9k^2$

$\therefore m^2=3k^2$

同様にmも３の倍数になり矛盾。

したがって，$\sqrt{3}$は無理数である。

〔7点〕

7 （25点）

(1) ２４通り 〔5点〕

(2) １４４通り 〔5点〕

(3)

$1-\left(\dfrac{4}{7}\right)^4-{}_4C_1\left(\dfrac{4}{7}\right)^3\left(\dfrac{3}{7}\right)=1-\dfrac{1024}{2401}$ 4点

$=\dfrac{1377}{2401}$ … (答)

〔7点〕

(4)（証明）

枚数	0	1	2	3
P	$\dfrac{1}{35}$	$\dfrac{12}{35}$	$\dfrac{18}{35}$	$\dfrac{4}{35}$

$E=1\times\dfrac{12}{35}+2\times\dfrac{18}{35}+3\times\dfrac{4}{35}$ 4点

$=\dfrac{60}{35}=\dfrac{12}{7}$

$\dfrac{12}{7}$ (枚) … (答)

（証明終）〔7点〕

8 （25点）

(1) BC＝15 〔5点〕

(2) BE:CE＝3:2 〔5点〕

(3)（証明）
∠AEC＝∠ABE＋∠BAE

＝∠DAC＋∠BAE（∵接弦定理） 2点

＝∠DAC＋∠EAC（∵角の二等分線） 4点

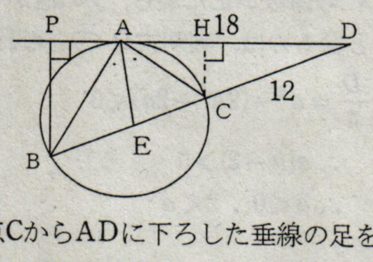
＝∠EAD

∴△AEDは二等辺三角形となる。

∴AD＝ED

（証明終）〔7点〕

(4)



点CからADに下ろした垂線の足をHとおく。

△ACDの面積が１８だからHC＝2となる。 2点

△DHC∽△DPB より，HC:PB＝DC:DB 4点

$\therefore PB=2\cdot27\cdot\dfrac{1}{12}=\dfrac{9}{2}$ $\therefore PB=\dfrac{9}{2}$ … (答)

〔7点〕