第４７回鹿児島県高等学校２年生数学学力診断テスト

数学ⅠⅡＡ	略解と採点の手引き	No. １

【注意】(1)　同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
(2)　約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，１点を減じてください。

1 (25点)

(1) $-72a^{11}b^{12}$ [5点]

(2) $(3x+1)(x-6)$ [5点]

(3)
$P = |\sqrt{3}-2| + |\sqrt{3}+3|$
$= -(\sqrt{3}-2) + \sqrt{3}+3$ 〈5点〉
$= -\sqrt{3}+2+\sqrt{3}+3$
$= 5$ (答)
[7点]

(4)
$-1+\sqrt{2} + \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \dfrac{2-\sqrt{3}}{4-3}$
$= -1+\sqrt{2} + \sqrt{3}-\sqrt{2} + 2-\sqrt{3}$ 〈4点〉
(有理化)
どちらか △2
$= 1$ (答)
[8点]

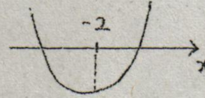
2 (25点)

(1) $x > -2$ [5点]

(2) $x = -1,\ 3$ [5点]

(3)
$D/4 = 1-(a-1) = 0$ より $a = 2$ (答) 〈4点〉
このとき $x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2 = 0$
$x = 1$ (答)
[7点]

(4)
$f(x) = x^2-2x+a-1$ とおく。



$f(-2) < 0$ となればよい。〈4点〉
$4+4+a-1 < 0$
$a < -7$ (答)
[8点]

3 (25点)

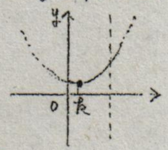
(1) $(-1,\ 2)$ [5点]

(2) $k = -2,\ 1$ [5点]

(3)
$D < 0$ となればよい。
$D/4 = k^2-(-k+2) < 0$
$k^2+k-2 < 0$ 〈4点〉
$(k+2)(k-1) < 0$
$-2 < k < 1$ (答)
[7点]

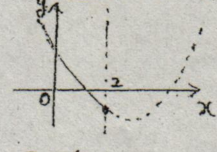
(4)
$f(x) = x^2-2kx-k+2$ とおく。
$f(x) = (x-k)^2-k^2-k+2$ 〈2点〉

(i) $0 \leqq k < 2$ のとき



最小値は
$f(k) = -k^2-k+2$ 〈3点〉

(ii) $2 \leqq k$ のとき



最小値は
$f(2) = -5k+6$ 〈3点〉
[8点]

4 (25点)

(1) $-\dfrac{1}{2}$ [5点]

(2) 7 [5点]

(3) 正弦定理より
$2R = \dfrac{7}{\sin 120^\circ}$ 〈4点〉
$R = \dfrac{7}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$
$= \dfrac{7\sqrt{3}}{3}$ (答)
[7点]

(4) 四角形ABCDは円に内接するので
$\angle BCD = 60^\circ$ 〈2点〉
求める面積をSとおくと
$S = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5\cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 8\cdot \sin 60^\circ$ 〈2点〉
$= \dfrac{15}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{40}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$= \dfrac{55\sqrt{3}}{4}$ (答)
[8点]

鹿児島県数学教育会高校部会

第４７回鹿児島県高等学校２年生数学学力診断テスト　|　数学ⅠⅡＡ　|　略解と採点の手引き　|　No. 2

【注意】(1)　同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
(2)　約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，１点を減じてください。

Ⅱ1　25点

(1) $\dfrac{1\pm\sqrt{3}\,i}{4}$ [5点]

(2) $a=-3$ [5点]

(3) $(1-i)a+(1+i)b+4i=0$ より
$(a+b)+(-a+b+4)i=0$ 〈2点〉
a, b は実数なので
$\begin{cases} a+b=0 \\ -a+b=-4 \end{cases}$ が成り立つ。〈3点〉
よって $a=2$
$b=-2$ (答) [7点]

(4) $3x^2-2x-4=0$ の2つの解が α, β なので
$\alpha+\beta=\dfrac{2}{3}$ 〈2点〉
$\alpha\beta=-\dfrac{4}{3}$ 〈2点〉
$\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)$
$=-\dfrac{4}{3}\times\dfrac{2}{3}$
$=-\dfrac{8}{9}$ 〈2点〉
$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-2\left(-\dfrac{4}{3}\right)$
$=\dfrac{4}{9}+\dfrac{8}{3}=\dfrac{28}{9}$ 〈2点〉 [8点]

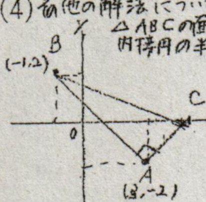
Ⅱ2　25点

(1) $y=x-5$ [5点]

(2) $G\left(\dfrac{7}{3},\ 0\right)$ [5点]

(3) 求める円の方程式を $x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおく
A, B, C の座標を代入して
$\begin{cases} 3l-2m+n=-13 \ \cdots ① \\ -l+2m+n=-5 \ \cdots ② \\ 5l \qquad +n=-25 \ \cdots ③ \end{cases}$ 〈4点〉
①, ②, ③より
$l=-4,\ m=-2,\ n=-5$
よって円の方程式は $x^2+y^2-4x-2y-5=0$ (答) [7点]

(4) ※他の解法についても
△ABCの面積〈4点〉
内接円の半径〈4点〉



$AB=\sqrt{(-1-3)^2+(2+2)^2}=4\sqrt{2}$
(1)より 直線ACの傾き 1
直線ABの傾き $\dfrac{-2-2}{3-(-1)}=-1$
よって $\angle BAC=90^\circ$
$AC=\sqrt{(5-3)^2+(0+2)^2}$
$=2\sqrt{2}$
よって △ABCの面積
$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times4\sqrt{2}=8$ 〈4点〉
$BC=\sqrt{(5+1)^2+(0-2)^2}$
$=2\sqrt{10}$
内接円の半径を r とすると
$\dfrac{1}{2}(2\sqrt{2}+4\sqrt{2}+2\sqrt{10})r=8$
$(6\sqrt{2}+2\sqrt{10})r=16$
$(3\sqrt{2}+\sqrt{10})r=8$
$r=\dfrac{8}{3\sqrt{2}+\sqrt{10}}=3\sqrt{2}-\sqrt{10}$ (答) [8点]

Ⅱ3　25点

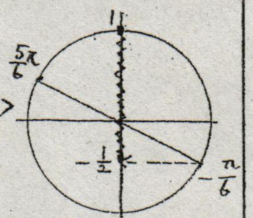
(1) 0 [5点]

(2) $2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)$ [5点]

(3) $2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$
$\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$0\leqq\theta\leqq\pi$ より $-\dfrac{\pi}{6}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{6}\leqq\dfrac{5}{6}\pi$ 〈2点〉

$\theta-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{2}{3}\pi$
$\theta=\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{5}{6}\pi$ (答) [7点]

(4) $y=2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)$
$-\dfrac{\pi}{6}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{6}\leqq\dfrac{5}{6}\pi$ より
$-\dfrac{1}{2}\leqq\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)\leqq1$ 〈4点〉
$-1\leqq y\leqq2$



(答) 最大値 2 $\left(\theta=\dfrac{2}{3}\pi\right)$ ← $\theta-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$ 〈2点〉
最小値 −1 $(\theta=0)$ ← $\theta-\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\pi}{6}$ 〈2点〉
[8点]

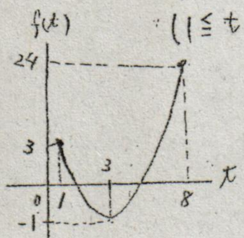
Ⅱ4　25点

(1) $1\leqq t\leqq8$ [5点]

(2) $y=t^2-6t+8$
$(1\leqq t\leqq8)$ [5点]

(3) $t^2-6t+8=0$
$(t-2)(t-4)=0$
$t=2,\ 4$ 〈3点〉
よって $2^x=2,\ 2^x=4$
$x=1,\quad x=2$
これらは共に $0\leqq x\leqq3$ に適する。
よって (答) $x=1,\ x=2$
〈2点〉〈2点〉
※ t または x で解の吟味がないときは −1
[7点]

(4) $y=f(t)$ とおく、
$f(t)=t^2-6t+8$
$=(t-3)^2-1$ 〈2点〉
$(1\leqq t\leqq8)$



グラフより
$t=8 \to 2^x=8$
$x=3$
$t=3 \to 2^x=3$
$x=\log_2 3$
(答) 最大値 24
$(x=3)$
最小値 −1
$(x=\log_2 3)$
[8点]

鹿児島県数学教育会高校部会

第47回鹿児島県高等学校2年生数学学力診断テスト

数学Ⅰ Ⅱ A	略解と採点の手引き	No. 3

【注意】(1) 同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
(3) 約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，1点を減じてください。

Ⅱ5　25点

(1) $3x^2-12x+9$　[5点]

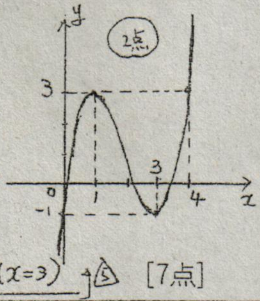
(2) $y=-3x+7$　[5点]

(3) $f'(x)=3(x^2-4x+3)$
$=3(x-1)(x-3)$
$f'(x)=0$ とおくと，$x=1,3$　△1

x	⋯	1	⋯	3	⋯
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

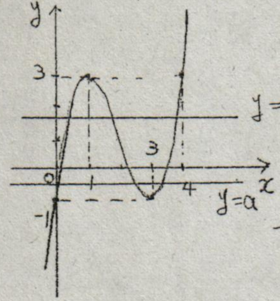
△3

$f(1)=1-6+9-1=3$
$f(3)=27-54+27-1=-1$
極大値 $3\ (x=1)$，極小値 $-1\ (x=3)$　△5



[7点]

(4) $x^3-6x^2+9x-1=a$　△2
$\begin{cases} y=x^3-6x^2+9x-1 \\ y=a \text{ とおく.} \end{cases}$



△6

グラフより
$-1<a<3$　△8

[8点]

A1　25点

(1) $\{4,5,7\}$　[5点]

(2) 必要条件　[5点]

(3) 2の倍数の集合をA
3の倍数の集合をB とする
6の倍数の集合は $A\cap B$　△3
$n(A)=100,\ n(B)=66,\ n(A\cap B)=33$ と
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=100+66-33=133$　△5
$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$ より
$n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)$
$=200-133=67$　△7　[7点]

(4)
対偶「n が偶数でないと，n^2 も偶数でない」　△2
(対偶の証明)
n は偶数でないので
$n=2k+1$ (k は整数) とおく.　△3
$n^2=(2k+1)^2$
$=4k^2+4k+1$
$=2(2k^2+2k)+1$　△5
$2k^2+2k$ は整数より，n^2 は，偶数でない　△7
よって，対偶は証明された。
したがって，もとの命題も成り立つ.　[8点]

A2　25点

(1) 12通り　[5点]

(2) 100通り　[5点]

(3) A班2名，B班1名
または
A班2名，C班1名 の2通りの場合がある
これらは，互いに排反より　△2
$\dfrac{{}_4C_2\times{}_3C_1+{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_{10}C_3}=\dfrac{6\times3\times2}{10\times3\times4}=\dfrac{3}{10}$　△6　[7点]

(4) 3名中，A班の生徒が含まれる人数を X とおくと，
$P(X=0)=\dfrac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{1}{6}$
$P(X=1)=\dfrac{{}_4C_1\times{}_3C_2+{}_4C_1\times{}_3C_2+{}_4C_1\times{}_3C_1\times{}_3C_1}{{}_{10}C_3}=\dfrac{1}{2}$
$P(X=2)=\dfrac{3}{10}$ ---(3)より
$P(X=3)=\dfrac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{1}{30}$ となる。　△5
よって下表ができる。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	1

よって，求める期待値は
$0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}$
$=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$　△8　[8点]

A3　25点

(1) 3：2　[5点]

(2) 3　[5点]

(3) △ABEと△ADCにおいて
∠BAE＝∠DAC (題意より)　△3
∠AEB＝∠ACD (同一円周角より)　△6
よって △ABE ∽ △ADC　[7点]

(4) △ABE ∽ △ADCより
$\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AD}{AC}$
ゆえに $AB\cdot AC=AD\cdot AE$ ---①　△2
方べきの定理より
$BD\cdot DC=AD\cdot DE$ ---②　△5
①より $AB\cdot AC$
$=AD\cdot AE$
$=AD(AD+DE)$
$=AD^2+AD\cdot DE$
$=AD^2+BD\cdot DC$ (②より)　△8　[8点]

鹿児島県数学教育会高校部会