第３１回鹿児島県高等学校３年生数学学力診断テスト

数学Ⅰ・A	略解と採点の手引き	No. 1

【注意】 (1) 同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
(2) 約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，１点を減じてください。

1 (20点)

(1) $-1 < x < 4$ [5点]

(2) $k = -2, 14$ [5点]

(3) $y = -3x^2 - 3x + 6$ [5点]

(4) $-\frac{1}{2}$ [5点]

Ⅰ 1 (20点)

(1) 4 [5点]

(2) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$ ↑④

$= 4^2 - 2$

$= \underline{\underline{14}}$

[7点]

(3) $x = 2 + \sqrt{3}$ $1 < \sqrt{3} < 2$ より

$3 < x < 4$ したがって $a = 3$ ↑②

$b = 2 + \sqrt{3} - 3 = \sqrt{3} - 1$ ↑⑤

$a + 2b + b^2 = 3 + 2(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} - 1)^2$

$= 3 + 2\sqrt{3} - 2 + 3 - 2\sqrt{3} + 1$

$= \underline{\underline{5}}$

[8点]

Ⅰ 2 (20点)

(1) $2 < x \leqq 5$ [5点]

(2) ①より $x > 2 \cdots ①'$

②より $x \leqq a - 3 \cdots ②'$ ↑④

$a > 5$ より $2 < a - 3$ だから

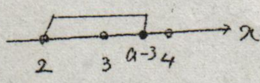
$2 < x \leqq a - 3$

[7点]

(3) (2)より 連立不等式①, ②の解は

$2 < x \leqq a - 3$ であり

整数解が３だけになるためには



$3 \leqq a - 3 < 4$ となればよい ↑④

よって $\underline{\underline{6 \leqq a < 7}}$

[8点]

Ⅰ 3 (20点)

(1) $(4a, -16a^2 - 8a + 24)$ [5点]

(2) 判別式をDとすると

$D/4 = 16a^2 - (-8a + 24) < 0$ ↑③

$16a^2 + 8a - 24 < 0$

$2a^2 + a - 3 < 0$

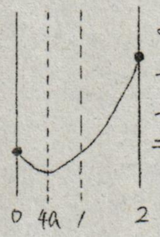
$(a - 1)(2a + 3) < 0$ ↑⑤

よって $-\frac{3}{2} < a < 1$

[7点]

(3) $0 < a < \frac{1}{4}$ より $0 < 4a < 1$ となるので

$y = f(x)$ の軸は $0 < x < 1$ の中にある． ↑②



よって

最小値は $-16a^2 - 8a + 24$ ($x = 4a$ のとき)

最大値は $-24a + 28$ ($x = 2$ のとき)

*（最大値，最小値のそれぞれに ③）

[8点]

Ⅰ 4 (20点)

(1) $AC = 7$ [5点]

(2) 正弦定理より

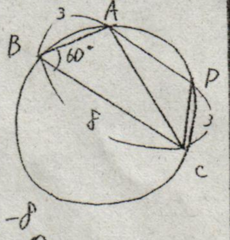
$\frac{7}{\sin 60^\circ} = 2R$ ↑③

$2R = 7 \div \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\underline{\underline{R = \frac{7\sqrt{3}}{3}}}$

[7点]

(3) $\angle B + \angle D = 180^\circ$ より $\angle D = 120^\circ$



$\triangle ACD$ において余弦定理より

$AD = x$ とすると

$49 = x^2 + 9 - 2 \times x \times 3 \times \cos 120^\circ$

$x^2 + 3x - 40 = 0$

$(x - 5)(x + 8) = 0$ $x = 5, -8$

$x > 0$ より $x = 5$ $AD = 5$ ↑④

$S = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \cdot 3 \times 8 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 5 \times 3 \times \sin 120^\circ$ ↑⑥

$= \frac{39}{4}\sqrt{3}$

[8点]

鹿児島県数学教育会高校部会

【注意】(1)　同値な解答については，下記の配点に準じて採点してください。
　　　　(2)　約分や有理化していないもの，根号内の平方因数を出していないもの等は，１点を減じてください。

A1（20点）

(1) 120 個　[5点]

(2)

1 □□□□
2 □□□□ の形の数だから

$2 \times 4! = 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ ④

$= 48$

48個

[7点]

(3)

1 □□□□　$4! = 24$
2 □□□□　$4! = 24$　ここまで48個
3 □□□□　$4! = 24$　ここまで72個 ③
4 1 2 □□　$2! = 2$　ここまで74個 ⑤

$24 + 24 + 24 + 2 = 74$ ⑦

よって 41253

[8点]

A2（20点）

(1) 15 試合　[5点]

(2) 5回のうち3回勝ち2回負けるので

${}_5C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2$ ④

$= \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \cdot \frac{8}{27} \times \frac{1}{9} = \frac{80}{243}$

[7点]

(3) (i) Bが5勝する場合

$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{48}$ ②

(ii) Bが4勝1敗となる場合

(ア) Aに勝つとき

$\frac{1}{3} \times {}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{48}$ ④

(イ) Aに負けるとき

$\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{2}{48}$ ⑥

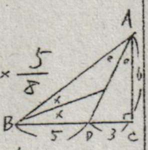
(i)(ii)より $\frac{1}{48} + \frac{4}{48} + \frac{2}{48} = \frac{7}{48}$

[8点]

A3（20点）

(1) $BD = 5$　[5点]

(2) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ②



$BD : DC = 5 : 3$ より $\triangle ABD = \triangle ABC \times \frac{5}{8}$

$DI : IA = 1 : 2$ より $\triangle ABI = \triangle ABD \times \frac{2}{3}$

したがって $\triangle ABI = \triangle ABC \times \frac{5}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{12} \triangle ABC$ ⑥

よって求める面積は $\triangle ABI = \frac{5}{12} \times 24 = 10$

[7点]

(3)

三平方の定理より

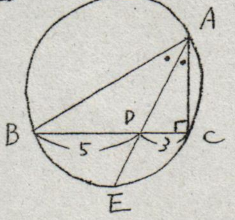
$AD = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5}$ ③

方べきの定理より

$AD \cdot DE = BD \cdot DC$

$3\sqrt{5} \times DE = 5 \times 3$ ⑤

よって $DE = \sqrt{5}$



[8点]

鹿児島県数学教育会高校部会